

# TRABAJO FIN DE MÁSTER



## UCAM

UNIVERSIDAD CATÓLICA  
DE MURCIA

### FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES Y DE LA COMUNICACIÓN

Máster Universitario en Formación del Profesorado de  
Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación  
Profesional y Enseñanzas de Idiomas

### LA TRANSICIÓN EDUCATIVA ENTRE SECUNDARIA Y BACHILLERATO A TRAVÉS DE LAS MAGNITUDES VECTORIALES EN FÍSICA

Autor

**D. Oscar Arandes Tejerina**

Directora

**Dra. Dña. Eva Salazar Serna**

Murcia, mayo de 2018







# TRABAJO FIN DE MÁSTER



## UCAM

UNIVERSIDAD CATÓLICA  
DE MURCIA

### FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES Y DE LA COMUNICACIÓN

Máster Universitario en Formación del Profesorado de  
Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación  
Profesional y Enseñanzas de Idiomas

### LA TRANSICIÓN EDUCATIVA ENTRE SECUNDARIA Y BACHILLERATO A TRAVÉS DE LAS MAGNITUDES VECTORIALES EN FÍSICA

Autor

**D. Oscar Arandes Tejerina**

Directora

**Dra. Dña. Eva Salazar Serna**

Murcia, mayo de 2018



## AUTORIZACIÓN PARA LA EDICIÓN ELECTRÓNICA Y DIVULGACIÓN EN ACCESO ABIERTO DE DOCUMENTOS EN EL REPOSITORIO INSTITUCIONAL DE LA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE MURCIA

El autor, D. **Oscar Arandes Tejerina** (DNI 47948090J), como **Alumno** de la UNIVERSIDAD CATÓLICA DE MURCIA, **DECLARA** que es el titular de los derechos de propiedad intelectual objeto de la presente cesión en relación con la obra (Indicar la referencia bibliográfica completa<sup>1</sup> y, si es una tesis doctoral, material docente, trabajo fin de Grado, trabajo fin de Master o cualquier otro trabajo que deba ser objeto de evaluación académica, indicarlo también)

**TRABAJO FIN DE MÁSTER (Máster Universitario en Formación del Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanzas de Idiomas**, que ésta es una obra original y que ostenta la condición de autor en el sentido que otorga la Ley de la Propiedad Intelectual como único titular o cotitular de la obra.

En caso de ser cotitular, el autor (firmante) declara asimismo que cuenta con el consentimiento de los restantes titulares para hacer la presente cesión. En caso de previa cesión a terceros de derechos de explotación de la obra, el autor declara que tiene la oportuna autorización de dichos titulares de derechos a los fines de esta cesión o bien que retiene la facultad de ceder estos derechos en la forma prevista en la presente cesión y así lo acredita.

### 2º. Objeto y fines de la cesión

Con el fin de dar la máxima difusión a la obra citada a través del Repositorio institucional de la Universidad y hacer posible su utilización de *forma libre y gratuita* por todos los usuarios del repositorio, el autor **CEDE** a la Universidad Católica de Murcia **de forma gratuita y no exclusiva**, por el máximo plazo legal y con ámbito universal, los derechos de reproducción, distribución, comunicación pública, incluido el derecho de puesta a disposición electrónica, y transformación sobre la obra indicada tal y como se describen en la Ley de Propiedad Intelectual.

### 3º. Condiciones de la cesión

Sin perjuicio de la titularidad de la obra, que sigue correspondiendo a su autor, la cesión de derechos contemplada en esta licencia permite al repositorio institucional:

- Transformarla en la medida en que ello sea necesario para adaptarla a cualquier tecnología susceptible de incorporación a internet; realizar las adaptaciones necesarias para hacer posible la utilización de la obra en formatos electrónicos, así como incorporar los metadatos necesarios para realizar el registro de la obra e incorporar también “marcas de agua” o cualquier otro sistema de seguridad o de protección.
- Reproducirla en un soporte digital para su incorporación a una base de datos electrónica, incluyendo el derecho de reproducir y almacenar la obra en servidores, a los efectos de garantizar su seguridad, conservación y preservar el formato.
- Distribuir a los usuarios copias electrónicas de la obra en un soporte digital.
- Su comunicación pública y su puesta a disposición a través de un archivo abierto institucional, accesible de modo libre y gratuito a través de Internet.

### 4º. Derechos del autor

El autor, en tanto que titular de una obra que cede con carácter no exclusivo a la Universidad por medio de su registro en el Repositorio Institucional tiene derecho a:

- A que la Universidad identifique claramente su nombre como el autor o propietario de los derechos del documento.
- Comunicar y dar publicidad a la obra en la versión que ceda y en otras posteriores a través de cualquier medio. El autor es libre de comunicar y dar publicidad a la obra, en esta y en posteriores versiones, a través de los medios que estime oportunos.

---

<sup>1</sup> Libros: autor o autores, título completo, editorial y año de edición.

Capítulos de libros: autor o autores y título del capítulo, autor y título de la obra completa, editorial, año de edición y páginas del capítulo.

Artículos de revistas: autor o autores del artículo, título completo, revista, número, año y páginas del artículo.

- c) Solicitar la retirada de la obra del repositorio por causa justificada. A tal fin deberá ponerse en contacto con el responsable del mismo.
- d) Recibir notificación fehaciente de cualquier reclamación que puedan formular terceras personas en relación con la obra y, en particular, de reclamaciones relativas a los derechos de propiedad intelectual sobre ella.

#### **5º. Deberes del autor**

El autor se compromete a:

- a) Garantizar que el compromiso que adquiere mediante el presente escrito no infringe ningún derecho de terceros, ya sean de propiedad industrial, intelectual o cualquier otro.
- b) Garantizar que el contenido de las obras no atenta contra los derechos al honor, a la intimidad y a la imagen de terceros.
- c) Asumir toda reclamación o responsabilidad, incluyendo las indemnizaciones por daños, que pudieran ejercitarse contra la Universidad por terceros que vieran infringidos sus derechos e intereses a causa de la cesión.
- d) Asumir la responsabilidad en el caso de que las instituciones fueran condenadas por infracción de derechos derivada de las obras objeto de la cesión.

#### **6º. Fines y funcionamiento del Repositorio Institucional**

La obra se pondrá a disposición de los usuarios para que hagan de ella un uso justo y respetuoso con los derechos del autor, según lo permitido por la legislación aplicable, sea con fines de estudio, investigación, o cualquier otro fin lícito, y de acuerdo a las condiciones establecidas en la licencia de uso –modalidad “reconocimiento-no comercial-sin obra derivada” de modo que las obras puedan ser distribuidas, copiadas y exhibidas siempre que se cite su autoría, no se obtenga beneficio comercial, y no se realicen obras derivadas. Con dicha finalidad, la Universidad asume los siguientes deberes y se reserva las siguientes facultades:

##### **a) Deberes del repositorio Institucional:**

- La Universidad informará a los usuarios del archivo sobre los usos permitidos, y no garantiza ni asume responsabilidad alguna por otras formas en que los usuarios hagan un uso posterior de las obras no conforme con la legislación vigente. El uso posterior, más allá de la copia privada, requerirá que se cite la fuente y se reconozca la autoría, que no se obtenga beneficio comercial, y que no se realicen obras derivadas.
- La Universidad no revisará el contenido de las obras, que en todo caso permanecerá bajo la responsabilidad exclusiva del autor y no estará obligada a ejercitar acciones legales en nombre del autor en el supuesto de infracciones a derechos de propiedad intelectual derivados del depósito y archivo de las obras. El autor renuncia a cualquier reclamación frente a la Universidad por las formas no ajustadas a la legislación vigente en que los usuarios hagan uso de las obras.
- La Universidad adoptará las medidas necesarias para la preservación de la obra en un futuro. b) Derechos que se reserva el Repositorio institucional respecto de las obras en él registradas:
  - Retirar la obra, previa notificación al autor, en supuestos suficientemente justificados, o en caso de reclamaciones de terceros.

Murcia, a 27 de mayo de 2019

**ACEPTA**

Fdo. **Oscar Arandes Tejerina**



## ÍNDICE

1. JUSTIFICACIÓN .....	11
2. MARCO TEÓRICO .....	14
2.1 LAS TRANSICIONES EDUCATIVAS .....	14
2.2 DIFICULTADES DE LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LAS CIENCIAS.....	19
2.3 ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LOS VECTORES EN LA ASIGNATURA DE FÍSICA.....	23
3. OBJETIVOS.....	26
3.1 OBJETIVO GENERAL.....	26
3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	26
4. METODOLOGÍA .....	27
4.1 DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO.....	27
4.2 CONTENIDOS.....	29
4.3 ACTIVIDADES.....	29
4.4 RECURSOS .....	39
4.5 TEMPORALIZACIÓN.....	40
5. EVALUACIÓN .....	41
6. REFLEXIÓN Y VALORACIÓN FINAL.....	43
7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	45
8. ANEXOS .....	47
8.1 ANEXO I: TABLA DE CONTENIDOS TEÓRICOS .....	47
8.2 ANEXO II: CRONOGRAMA ACTIVIDADES .....	49
8.3 ANEXO III: EJEMPLOS TEST TUV .....	50



## 1. JUSTIFICACIÓN

Gracias a la posible intervención en un centro de Secundaria, ubicado en Gavá (Barcelona) al inicio del curso de la asignatura de Física del 1º curso de Bachillerato, se pudieron apreciar ciertas y notables carencias en el alumnado en general. Estas carencias eran, sobre todo, de tipo matemático. En particular, se notaron dificultades en recordar algunas de las reglas y propiedades más básicas de las potencias como pueden la ser la multiplicación o división de potencias con la misma base (figura 1).

$$\begin{aligned}a^n \cdot a^m &= a^{n+m} \\ \frac{a^n}{a^m} &= a^{n-m} \\ a^{-n} &= \frac{1}{a^n}\end{aligned}$$

Figura 1. Propiedades más representativas de las potencias. Fuente: Elaboración propia.

Sin embargo, aunque esenciales en el tratamiento de la materia de Física a lo largo del curso, este tipo de propiedades acaban siendo *recordadas* y dominadas por los estudiantes, a medida que se enfrentan a estas en múltiples contextos. Decimos *recordadas* puesto que estos conceptos ya fueron explicados con notable extensión en cursos anteriores, durante la etapa de la ESO, según prevé el propio currículo oficial en Cataluña. Estas carencias, por lo tanto, no generan desajustes curriculares notables, quedando rápidamente subsanadas en pocas semanas de haber empezado el curso escolar.

No obstante, una de las carencias más importantes detectadas y que sí acaban teniendo un efecto sumamente relevante en el correcto desarrollo de la asignatura de Física es la falta de conocimiento o la falta de contacto con los conceptos de los vectores y las magnitudes vectoriales. Toda la Física que se desarrolla, ya no sólo durante el 1º curso de Bachillerato, sino a lo largo del 2º curso de Bachillerato, requiere del dominio de las propiedades y del manejo de magnitudes vectoriales (pensemos, sin ir más lejos, en la famosa y conocida segunda ley de Newton  $\vec{F} = m\vec{a}$  que no es otra cosa que una identidad vectorial entre la *fuerza* y la *aceleración*, ambas magnitudes vectoriales). Este dominio se

hace más necesario, sobre todo durante el 2º curso de Física, donde las carencias de los alumnos se hacen significativamente más evidentes.

Los estudiantes, al empezar el 1º curso de Física en Bachillerato, se ven abocados a lidiar, no solo con las dificultades inherentes de los conceptos desarrollados en Física, sino con objetos matemáticos (los vectores) cuyo funcionamiento no acaban de comprender. Esta falta de los saberes más básicos sobre magnitudes vectoriales acaba generando gran confusión entre el alumnado que, en muchas ocasiones, termina generando un sentimiento de frustración y estigma negativo hacia la asignatura de Física.

Si miramos el currículo oficial en Cataluña de la programación de la asignatura de matemáticas correspondiente a la etapa de la ESO, en el Decreto 187/2015, de 25 de agosto, de ordenación de las enseñanzas de la educación secundaria obligatoria (DOGC núm. 6945, Viernes 28 agosto 2015) se observa cómo a lo largo de todo el documento solamente encontramos una mención a los vectores en:

- (\*) Geometría analítica en el plano
  - Coordenadas y vectores
  - Ecuaciones de la recta.
  - Paralelismo y perpendicularidad
  - Historia de la introducción a las coordenadas cartesianas (p.26).

Sin duda, puede verse claramente cómo este contenido queda relegado a un mero segundo, e incluso tercer plano, dentro de toda la programación anual de la asignatura de las matemáticas. ¿Cómo podemos, entonces, exigirles a los alumnos que, en poco tiempo, sepan manejarse con soltura con magnitudes vectoriales y sepan aplicarlas correctamente dentro del contexto de la resolución de problemas en Física?

Una vez llegados a este punto, se abre ante nosotros una clara visión de que existe una discontinuidad curricular importante entre la transición educativa ESO-Bachillerato que genera dificultades para el estudio correcto de la materia de Física. Sin unas buenas herramientas matemáticas, el desarrollo académico del estudiante siempre irá cuesta arriba.

Por todos estos motivos, se plantea realizar un proyecto innovador que abarque desde final de la ESO hasta principios del Bachillerato (científico-

tecnológico) en el que se motivarán una serie de actividades que impulsen, no solo al mero conocimiento de los vectores o las magnitudes vectoriales, sino su extensa aplicabilidad en el mundo de las ciencias (y en la Física en particular). Con este proyecto se pretende, pues, que el estudiante vaya madurando paulatinamente el que sin duda puede representar uno de los mayores desafíos conceptuales al que se tendrá que enfrentar en su etapa escolar.

## **2. MARCO TEÓRICO**

### **2.1 LAS TRANSICIONES EDUCATIVAS**

Si se revisa la literatura existente acerca de las posibles complicaciones académicas en las transiciones educativas, pueden encontrarse muchos estudios que tratan la transición educativa desde la Primaria a la Secundaria. Sin embargo, es más bien escasa la literatura que reflexiona en profundidad sobre la transición entre Secundaria Obligatoria y Secundaria Postobligatoria (Bachillerato en particular).

Una notable excepción la encontramos en el trabajo de la catedrática Monguilot (2011), donde en su artículo “Conexiones de la ESO, el Bachillerato y la Formación Profesional: fluidez o discontinuidad” reflexiona abiertamente sobre algunas de las cuestiones que hemos venido introduciendo. Monguilot (2011) pone ya de manifiesto la voluntad de tratar de conectar el último curso de la etapa de la ESO con el Bachillerato:

Las modificaciones introducidas recientemente en el 4º curso de la ESO, así como en la edad de comienzo de los Programas de Cualificación Profesional Inicial a los 15 años, creemos que no responden en exclusiva a la búsqueda de unos mejores resultados, bienvenidos siempre, sino a dar respuesta a una mejor conexión de la etapa con las enseñanzas postobligatorias y a ampliar las vías de acceso a la Formación Profesional desde sus inicios previendo aumentar también con ello la permanencia de los escolares en las aulas (p. 89).

El Bachillerato (y la Formación Profesional de grado medio), junto con la Educación Secundaria Obligatoria, conforman las etapas educativas de la educación secundaria de nuestro sistema educativo. Es notable señalar que una de las diferencias fundamentales entre la ESO y el resto de etapas educativas de la educación secundaria radica en la obligatoriedad de la primera, en contraposición a la postobligatoriedad del Bachillerato o FP de grado medio. Es decir, mientras que toda la población está llamada a cursar la ESO, solo aquellos que así lo prefieran cursarán los cursos de Bachillerato (o FP de grado medio).

Aquellos jóvenes que, tras la finalización de la ESO y la adquisición de las competencias básicas y necesarias para el desarrollo personal, académico y social, deciden continuar sus estudios hacia una formación de tipo más académico, dan el salto a los estudios de Bachillerato, a fin de recibir una preparación más especializada que les capacite para acceder a la educación superior. Sin embargo, son muchos los jóvenes que notan las diferencias significativas (o discontinuidades) entre las etapas de la ESO y el Bachillerato, a nivel de la relación entre profesorado y alumnado, la exigencia de los docentes, las metodologías didácticas usadas, o en la profundidad y extensión de los contenidos. Tras la constatación de tales discrepancias entre estos dos niveles educativos se puede plantear la siguiente interrogación: ¿existen las conexiones necesarias entre las distintas etapas de nuestro sistema educativo? ¿En particular, entre las etapas educativas de la ESO y el Bachillerato? ¿Qué razones hay detrás de la existencia de tales diferencias entre estas etapas?

Así como en el presente trabajo se abordarán con profundidad las primeras cuestiones a través de la creación de un proyecto inter-etapas, Monguilot (2011) reflexiona sobre la última cuestión, ya desvelándonos algunas claves para entender el posible origen de las diferencias planteadas:

La propia posición del Bachillerato en el sistema, al requerir aprendizajes previos y exigírsele aprendizajes preparatorios para estudios posteriores, dota a esta etapa de una mayor complejidad. A la confluencia de objetivos terminales y propedéuticos que tiene en sí mismo —continuación de la formación general a la vez que inicio estructurado de la formación científica, preparación para los estudios universitarios a la par que formación de base para la formación profesional superior— se unen las presiones de distinta naturaleza que le llegan: presión de los contenidos que muchas veces dificultan cambios metodológicos necesarios, presión de la Universidad sobre los conocimientos de quienes van a acceder a ella, presión social para que mayores porcentajes de población se incorporen a estas enseñanzas, etc. (p. 90).

Así pues, el paso que experimenta un estudiante desde la etapa de la ESO al Bachillerato no solo es un cambio meramente formal, sino que también es posible llegar a establecer determinadas causas o razones por las que se produce una cierta discontinuidad académica, entre estas dos etapas. Es por

eso, por lo tanto, que podemos hablar ciertamente de una verdadera *transición educativa*.

El término transición, según el diccionario de la Real Academia Española (2018), se establece como aquella acción y efecto de pasar de un modo de ser o estar a otro distinto. Es importante notar que toda transición, y en particular las transiciones educativas, no son súbitas o inmediatas, sino que se producen en un cierto rango determinado de tiempo. Como señalan Corominas e Isus (1998), “la transición de la Enseñanza Secundaria Obligatoria (ESO) al Bachillerato o Formación Profesional se inicia meses antes de concluir ESO y finaliza cuando el alumno se siente integrado en el nuevo nivel, siendo difícil establecer límites temporales debido a la notable variación individual” (p.156). El hecho que la transición se inicie *antes* de terminar la propia etapa de la ESO resultará ser particularmente relevante a la hora de justificar la extensión temporal del proyecto que vamos a diseñar.

Alguna de las razones que llevan a plantear la creación de nuestro proyecto las enumera de una forma diáfana Sebastián (2015) en su estudio de las transiciones educativas, en su caso entre las etapas de la Primaria y la ESO, pero que se consideran aquí totalmente extrapolables al caso que nos ocupa. Sebastián (2015) recoge tres características transversales en el propio tránsito: “bajada del rendimiento académico, disminución de la autoestima del alumno y cambios significativos en la metodología didáctica y las relaciones entre profesorado y alumnado” (p.162). El proyecto, por lo tanto, intentará, en la medida de lo posible, mitigar o disminuir los efectos negativos o perniciosos inherentes al tránsito educativo.

Aunque el proceso de transición académico que experimente el estudiante puede llevar a éste a un sentimiento de desorientación inicial, cabe señalar que las propias transiciones educativas se enmarcan dentro del conjunto de transiciones vitales que el alumnado como persona va experimentando a lo largo de su desarrollo personal. En este sentido, es importante no caer en el error de pensar en la transición educativa desde un prisma puramente negativo, o incluso llegar a estigmatizar la misma. Gairín (2004) nos lo explica

Los procesos de transición siempre son problemáticos, en la medida en que suponen un cambio de contexto, normativo y de orientación de



la formación que incide en los procesos emotivos y sociales del estudiante. No obstante, lejos de considerarse un problema, cabe entenderlos como una oportunidad para que el estudiante aprenda a adaptarse a la diversidad y establecer nuevas relaciones (p.2).

Sin duda, una complicación que se podría plantear en el proyecto se daría en el supuesto que el alumno finalizara el 4º curso de la ESO en un centro escolar para empezar el 1º curso de Bachillerato en otra institución académica. En tal caso, la colaboración entre organizaciones escolares sería clave para el buen tránsito educativo del alumno. Martínez (2004) define este momento clave de la transición dentro del sistema educativo como:

...un momento importante para toda la comunidad educativa que debe considerarse desde sus problemáticas específicas, pero sobre todo como una oportunidad para optimizar la colaboración entre centros, entre profesionales, la participación de las familias y también de la administración local para conseguir, en el citado marco colaborativo, un itinerario fluido y estimulante para el alumnado (p.15).

El proyecto, por lo tanto, sería no solo un medio sino también un fin para promover la colaboración entre instituciones escolares; colaboración que viene siendo defendida y exigida ya hace un tiempo por parte de muchos intelectuales del mundo de la educación. Martínez (2004) defiende esta postura cuando afirma que “la transición [...] ofrece una clara oportunidad para desarrollar procesos colaborativos que deben ser considerados también como imprescindibles en un contexto de mejora de la calidad educativa” (p. 16).

Este deseo, sin embargo, se ve enfrentado a la realidad social que impera en nuestro sistema educativo de alta competitividad y escasa colaboración entre centros escolares. Gairín (2004) afirma:

La práctica de la colaboración entre los centros educativos y de estos con otras instituciones es escasa en términos generales, pudiendo afirmar la inexistencia de una cultura real de la colaboración; es más, en muchos casos, abunda la preocupación por la competencia y la autojustificación (p. 3).

Aun así, vale la pena plantear el reto existente de colaboración entre entidades escolares con el fin de orientar, guiar y acompañar al estudiante en su etapa de transición educativa. Evidentemente, la colaboración debe enmarcarse en función de los objetivos del proyecto o de los proyectos en cuestión o de las metas de las propias instituciones educativas. En este sentido, Gairín (2004) apunta que:

...lo importante no es colaborar por colaborar sino hacerlo en función de los objetivos de las instituciones y en función de su proyecto formativo. Salvaguardando esta premisa, se hace preciso encontrar herramientas que orienten a los estudiantes en el proceso de transición de una institución a otra, asumiendo los cambios necesarios como normales y consecuencia de su incorporación a una nueva etapa educativa (p. 5).

En su trabajo, el doctor en Ciencias de la Educación Marius Martínez desvela alguno de los puntos fuertes de llevar a cabo una buena transición educativa que han salido a la luz tras su línea de investigación. Según Martínez (2004) entre estos puntos fuertes destacaron: la existencia de un plan institucionalizado en ambos centros, un clima y una cultura colaborativas entre el profesorado implicado en el Plan (esto a menudo es posible ya que el perfil del profesorado del último curso de una etapa y el primer curso de la siguiente etapa suelen ser muy parecidos, ya sea de primaria al primer ciclo de la ESO, o de 4º curso de la ESO a primer curso de Bachillerato, puesto que muchos profesores han sido o siguen siendo miembros activos de ambas etapas), la continuidad educativa entre los centros colaboradores y la satisfacción de las familias y del alumnado.

En la misma línea se expresa Sebastián (2015) cuando afirma que los objetivos y la finalidad última que se establecen ante el planteamiento de un proyecto para la transición entre centros educativos son

- “Proporcionar continuidad y coherencia al sistema educativo.
- Facilitar al alumnado el ingreso en las mejores condiciones posibles.
- Rentabilizar las acciones docentes de los dos centros.
- Unificar los mensajes de ambas organizaciones.
- Dar seguridad a las familias” (p.165).

Estas acciones, en definitiva, dan respuesta al conjunto de problemáticas o consecuencias inherentes a cualquier transición educativa. Entre estas consecuencias que Sebastián (2015) señala que hay que tener en cuenta en estas etapas de tránsito destacamos las siguientes: el cambio del clima institucional (tipo de centro, normas de convivencia, etc.), las relaciones con el profesorado se hacen más lejanas e impersonales y la metodología es distinta no solo entre las etapas, sino entre los profesores que forman el equipo educativo de un curso.

Por último, cabe destacar una reflexión que ofrece Sebastián (2015), aquí referida al paso entre Primaria a Secundaria, pero totalmente extensible al resto de transiciones educativas:

“llevar a cabo una buena transición entre etapas es un derecho del alumno porque es el centro del proceso, y ha de iniciar la etapa de secundaria en las mejores condiciones, [...]. También es conveniente para el profesorado, porque es de justicia aprovechar toda la experiencia y el bagaje de una etapa a otra. Asimismo, es una ventaja para el instituto, desde el momento en que planificar una incorporación controlada del alumnado permite introducir las medidas oportunas de todo tipo, organizativas, curriculares y de convivencia, y para las familias supone una disminución de la preocupación” (p. 163-164).

Una vez establecidas las reflexiones e ideas que giran en torno al concepto de la transición educativa entre las etapas de la ESO y el Bachillerato se pasará a examinar el otro gran pilar en el que se sustentará la esencia del proyecto a desarrollar.

## **2.2 DIFICULTADES DE LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LAS CIENCIAS**

Sin duda, una problemática también detectada por numerosos estudios ya hace mucho tiempo (como muestra la abundante literatura publicada sobre este tipo de líneas de investigación) es el fracaso en el aprendizaje o la resolución de problemas en el ámbito de las ciencias y las matemáticas, en particular, en el aprendizaje de la Física. Las elevadas tasas de fracaso en la asignatura de Física han llevado a considerar esta cuestión como una prioridad en muchas líneas de investigación durante decenios. Interés que, por supuesto,

sigue vigente. Pero, ¿a qué causas podemos atribuir tales tasas de bajo rendimiento de los alumnos en esta materia? Sin duda la problemática es compleja, y sería poco realista pensar que detrás de esta situación se esconde únicamente una razón o causa. Muchas de ellas ya han sido descritas y analizadas, por ejemplo, en el trabajo de Furió, Montserrat y Solbes (2007). En éste se busca analizar las posibles causas que hay tras la mala imagen o la valoración negativa que los alumnos hacen de las materias de ciencias, y especialmente de Física o Química, hecho que se presupone como una antesala al fracaso en dichas materias.

Furió et al. (2007) apuntan algunas de las reflexiones consensuadas por parte de un gran parte del claustro docente:

El profesorado suele aducir que esta valoración e imagen negativas se da en todas las disciplinas, porque estamos en una sociedad que sólo valora el éxito fácil y no el esfuerzo, pero lo cierto es que esta valoración es más negativa en el caso de las ciencias y, especialmente, la Física y Química que, en otras disciplinas, lo que debería hacernos reflexionar (p.93).

Entre las múltiples causas que pueden ser responsables de esa visión negativa de las ciencias, y de la Física en particular, en su trabajo, Furió et al. (2007) analizan:

1. La valoración social negativa de la ciencia.

En este punto apuntan dos posibles focos causantes de esa visión social negativa. En primer lugar, se menciona el poder que ejercen los grupos sociales más conservadores y que, tradicionalmente, han mantenido una ideología contraria y opuesta a la ciencia. Pero, en segundo lugar, también señalan los distintos perfiles de personas que sostienen una idea de la ciencia como una disciplina aburrida y muy difícil sólo apta para genios, siendo más conscientes, a veces, de sus repercusiones negativas (para la sociedad o el medio ambiente) que sus efectos potencialmente positivos.

2. Las relaciones género-aprendizaje de las ciencias.

Estas relaciones se manifiestan, según mantienen los autores, a través del currículo o los estereotipos. Respecto al primero, se hace mención a la injusta representación histórica que han tenido las mujeres científicas a causa a la visión

patriarcal de la sociedad. Aunque tal desigualdad era más notoria antaño, siguen habiendo actualmente significativas diferencias. Y, respecto a los estereotipos, algunas investigaciones parecen apuntar la predisposición a relacionar más a los chicos con la inteligencia y las habilidades espaciales que a las chicas.

### 3. El estatus de las ciencias en el sistema educativo español.

Como evidencian los autores, las distintas leyes educativas más recientes (LOGSE, LOCE, LOE, etc.) dotan a las ciencias de un cómputo total de horas menor que las asignaturas de letras, restringiendo su obligatoriedad solo hasta 3º de la ESO (en contraposición a otras materias obligatorias hasta 4º de la ESO).

### 4. La enseñanza usual de las ciencias.

En este último punto, Furió et al. (2007) apuntan la dicotomía todavía existente entre la enseñanza habitual de las ciencias, entre la metodología más centrada en los aspectos teóricos y conceptuales y en la didáctica de las ciencias que nace de las últimas investigaciones más centrada en la preparación competencial de futuros científicos/ingenieros, aprendizaje que puede conseguir una mayor motivación e interés por parte del alumnado hacia el estudio de estas materias.

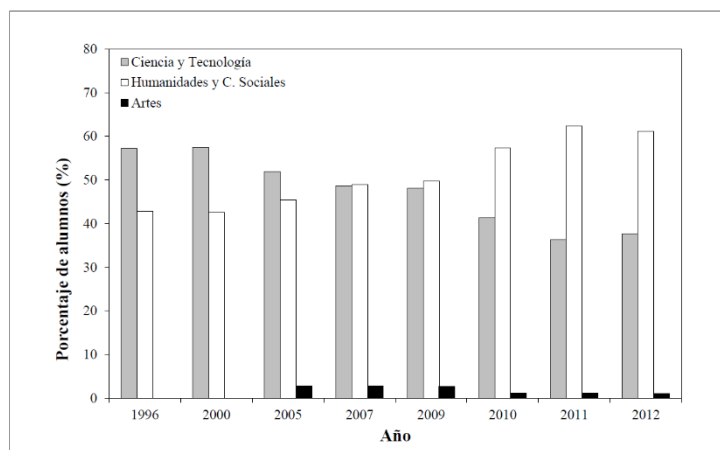
Sin embargo, ¿hasta qué punto la problemática requiere de una actuación urgente? Para ello, podemos analizar algunos de los datos que podemos encontrar en Esteve y Solbes (2017), donde nos muestran una clara disminución progresiva de los estudiantes de “Ciencias y Tecnología” en los últimos años.

**Tabla 1. Matrícula en las distintas modalidades de Bachillerato. Años 2010-2012. Fuente: Esteve y Solbes (2017).**

		2010 - 2012	2010	2011	2012
TOTAL		6698	1973	2486	2239
Ciencia y Tecnología	H	993 (14.8%)	309 (15.7%)	356 (14.3%)	328 (14.7%)
	M	1571 (23.5%)	508 (25.7%)	548 (22.0%)	515 (23.0%)
Humanidades y Ciencias Sociales	H	1331 (19.9%)	355 (18,0%)	515 (20.7%)	461 (20.6%)
	M	2721 (40.6%)	775 (39.3%)	1036 (41.7%)	910 (40.6%)
Artes	H	18 (0.3%)	5 (0.3%)	8 (0.3%)	5 (0.2%)
	M	64 (0.9%)	21 (1.0%)	23 (1.0%)	20 (0.9%)

A partir de los resultados mostrados tanto en la Tabla 1 como en la Figura 2, Esteve y Solbes (2017) concluyen lo siguiente:

En general, se observa que la mayoría de estudiantes cursan la modalidad de “Humanidades y Ciencias Sociales” (60.5%), seguida de “Ciencia y Tecnología” (38.3%), mientras que solo un 1.2% de los estudiantes cursan la de “Artes”. Además, el número de alumnas es superior al de alumnos, para todas las modalidades de Bachillerato, pero especialmente en el de “Humanidades y Ciencias, Sociales” (40.6% de alumnas frente a 19.9% de alumnos). Se observa también que el número de estudiantes de la modalidad de “Ciencia y Tecnología” disminuye a lo largo de los 3 años que comprenden este estudio, siendo esta disminución más acusada, entre las alumnas (2.7 – 3.7%) que entre los alumnos (1 – 1.4%) (p.575).



*Figura 2. Matrícula en las distintas modalidades de Bachillerato. Años 1996-2012. Fuente: Esteve y Solbes (2017).*

Así pues, estos resultados arrojan una tendencia abrumadoramente negativa que justifica la necesidad de tomar medidas para intentar dar un vuelco a esta situación. Aunque esta problemática esté influenciada por un conjunto variado de posibles causantes, se podría llegar a plantear la siguiente hipótesis: ¿en qué grado las discontinuidades académicas entre las etapas de la ESO y el Bachillerato pueden afectar al rendimiento del alumno, y, por lo tanto, a su autoestima y motivación en las materias de ciencias, en particular, en la materia de Física? Aunque esta cuestión no será objeto de estudio en este trabajo, sí que servirá de premisa básica para la elaboración de nuestro proyecto.

## 2.3 ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LOS VECTORES EN LA ASIGNATURA DE FÍSICA

Una vez revisada la literatura referente a las propiedades inherentes de las transiciones educativas y de las dificultades propias del proceso de enseñanza-aprendizaje de las ciencias (que dan apoyo teórico a la realización de nuestro proyecto), podemos pasar a examinar qué encontramos en las diferentes fuentes de información acerca de la relevancia o no del estudio de los vectores para el correcto desarrollo de los conceptos de la Física. Es decir, nos planteamos ¿son realmente tan importante los vectores para estudiar Física?

En efecto, uno de los temas centrales que se desarrolla a lo largo del primer curso de Bachillerato es la segunda ley de Newton, una ecuación vectorial. Flores, González y Herrera (2007) lo detallan así:

Un entendimiento de la mecánica newtoniana como un campo de conocimientos coherentes requiere un entendimiento de la suma de vectores (para encontrar la fuerza neta), resta de vectores (para encontrar una aceleración), y el reconocimiento de que la segunda ley de Newton requiere estas dos cantidades independientemente determinables (p.178).

Alcanzar un alto grado de entendimiento de estos conceptos supone para los estudiantes un gran desafío mental. Sin ir más lejos, Flores et al. (2007) prosiguen: “La mayoría de los profesores de los cursos introductorios de física reconocen que *pensar* en las cantidades físicas como cantidades vectoriales es difícil para los estudiantes” (p.178-179). Incluso también las profesoras de la Universidad Nacional de La Plata (Buenos Aires, Argentina) Viviana Angélica Costa y Rossana Di Domenicantonio señalan:

La mayoría de los estudiantes, al comenzar los cursos de Física en el ciclo básico universitario, muestran una limitada capacidad para operar con vectores, lo cual dificulta notablemente el aprendizaje de los conceptos básicos de la mecánica newtoniana, impidiendo que puedan alcanzar cabalmente un aprendizaje significativo de la naturaleza vectorial de magnitudes físicas tales como: fuerza, velocidad y aceleración, entre otras (citado en Gutiérrez, E., Martín J. (2015), p.89).

Es importante notar que estas carencias en el desarrollo del manejo de las magnitudes vectoriales que se han señalado, parecen no quedar subsanadas en los cursos inmediatamente anteriores al ingreso a la Universidad. Es decir, en los dos cursos de Bachillerato. No deja de ser un dato más que nos revela la gran dificultad de los estudiantes, para llegar a interiorizar correctamente estos conceptos. En esa misma línea se expresan Gutiérrez et al. (2015) cuando apuntan:

Según nuestra experiencia personal, la mayoría de los estudiantes no comienzan los cursos introductorios con el suficiente conocimiento de vectores, para entender luego de manera acabada los conceptos fundamentales de la mecánica Newtoniana. Por otra parte, los docentes de los cursos introductorios de Física reconocen de manera mayoritariamente coincidente, que a los estudiantes se les torna dificultoso pensar en algunas cantidades físicas como cantidades vectoriales, y operar en consecuencia (p.90).

Ante esta situación, han sido numerosos los intentos para investigar la manera más óptima para evaluar el grado de comprensión de los alumnos sobre magnitudes vectoriales. En una minuciosa investigación, Pablo Barniol y Genaro Zavala, integrantes de Grupo de Investigación e Innovación en la Enseñanza de la Física, del Departamento de Física del Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey (México), se plantearon elaborar un detallado catálogo de los errores más frecuentes que los estudiantes cometían cuando se enfrentaban a conceptos vectoriales en cursos introductorios de física.

Una vez recopilada toda esa información, el segundo objetivo se centró en la creación de un test con preguntas de opción múltiple que siguiera las indicaciones que anteriores investigadores del proceso de aprendizaje de la física habían desarrollado y que pudiera evaluar eficazmente el conocimiento de los estudiantes acerca de los conceptos vectoriales.

En su estudio, Barniol y Zavala (2014) identificaron 10 conceptos vectoriales usados en los cursos introductorios de física:

1. Dirección de un vector
2. Magnitud de un vector
3. Componente de un vector
4. Vector unitario en el plano cartesiano



5. Representación gráfica de un vector
6. Suma de vectores
7. Resta de vectores
8. Multiplicación de un escalar por un vector
9. Producto escalar.
10. Producto vectorial (p. 2)

Los errores más frecuentes que se encontraron en el análisis previo a la elaboración del test evaluativo sirvieron para construir los distractores, es decir, las opciones incorrectas de cada pregunta. Así pues, las dificultades más frecuentes mostradas por los estudiantes se ven reflejadas y representadas en los distractores de cada pregunta.

El resultado de tal estudio fue la elaboración y creación de un test con un total de 20 preguntas conocido como TUV (“Test of Understanding Vectors”), una herramienta que ha sido calificada por muchos analistas como veraz y fiable para cuantificar el desarrollo cognitivo de los estudiantes en relación a su comprensión con los conceptos vectoriales.

En su artículo, Flores et al. (2007), tras la exposición de varios estudiantes al TUV, concluyen:

La mayoría de los estudiantes [...] presentan dificultades de entendimiento de los conceptos fundamentales de física, fundamentalmente con las operaciones entre vectores [...]. Varios investigadores del área de la enseñanza y aprendizaje de las ciencias han monitoreado las dificultades del proceso cognitivo del desarrollo del entendimiento de la física. La mayoría de estos investigadores concluye, que el estudiante promedio desarrolla un entendimiento aproximado del 5% al 10% de toda la gama de conocimiento del que es capaz de construir. Una de las principales causas de estos resultados es el gran reto del entendimiento conceptual, que implican los diversos cambios de una representación de un fenómeno físico a otra representación durante el proceso de entendimiento. Sin embargo, la versatilidad del alumno para pasar de una representación a otra puede estar influenciada por las características del contexto de la situación de aprendizaje (p. 185).

### 3. OBJETIVOS

#### 3.1 OBJETIVO GENERAL

El objetivo general de este trabajo es el de dotar a los estudiantes que están al final de la etapa de la ESO y que quieren continuar sus estudios en el Bachillerato científico-tecnológico, de las herramientas necesarias para aprender y entender realmente qué son y cómo operan los vectores fuera y dentro del contexto de la mecánica Newtoniana, con el fin de que puedan realizar una transición académica sin discontinuidades curriculares, que les permita alcanzar los objetivos específicos de la asignatura de Física en Bachillerato.

#### 3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Para conseguir el objetivo general, se proponen los siguientes objetivos específicos:

- Formar al alumnado, de forma analítica y gráfica, con los conceptos de dirección, magnitud y componente de un vector, vector unitario, representación gráfica de un vector y con las operaciones principales más simples vectoriales: suma y resta de vectores y multiplicación de un escalar por un vector.
- Mostrar a los estudiantes la aplicabilidad inmediata de los conceptos vectoriales a la Física y dotarles del correcto manejo de las magnitudes vectoriales de la mecánica Newtoniana como lo son la *fuerza* o la *aceleración*.
- Dotar al alumnado de la capacidad de descomponer correctamente una magnitud vectorial (por ejemplo, la fuerza) en sus componentes cartesianas.
- Formar a los estudiantes para que sepan hallar la resultante de un conjunto de fuerzas aplicadas en el mismo tiempo a un objeto físico usando métodos analíticos y gráficos (i.e. la regla del paralelogramo).

## **4. METODOLOGÍA**

### **4.1 DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO**

El proyecto estará formado por un conjunto de actividades dirigidas principalmente a estudiantes de 4º de la ESO, que quieran proseguir sus estudios hacia el Bachillerato científico-tecnológico.

El proyecto abarca desde las últimas semanas de la asignatura de Física y Química en el 4º curso de la ESO hasta las primeras semanas ya en el 1º curso de Bachillerato. Se trata, por lo tanto, de un proyecto ambicioso en tanto que pretende dar continuidad y coherencia al currículum, entre las dos etapas académicas. La conexión entre las distintas etapas que este proyecto innovador va a desarrollar es, en nuestro caso, el de un aspecto muy en concreto: un conjunto de aprendizajes previos y necesarios para seguir el desarrollo cognitivo correcto para la asignatura de Física. El presente proyecto, en este sentido, parte de un deseo de mejora del sistema educativo, ya manifestado por algunos expertos anteriormente.

El proyecto va a dividirse en tres fases, en las que se van a tratar los contenidos de menor a mayor grado de complejidad. Las dos primeras fases se van a desarrollar en el 4º curso de la ESO, mientras que la tercera y última fase va a realizarse en el primer curso de Bachillerato. Para la primera fase se van a destinar cuatro actividades. Aunque sería posible realizar cada actividad en una sola sesión de una hora, las dificultades que puede acarrear la introducción de este tipo de conceptos, o las posibles tensiones inherentes a la actividad diaria del aula, pueden hacer retrasar en cierta medida esta planificación. Por ello, para estas primeras cuatro actividades se va a programar realizarse en un total de seis sesiones. Dado que el número de sesiones a la semana que el currículum oficial destina a la asignatura de Física y Química es de tres horas semanales, se establece una duración total de dos semanas para la realización y finalización de la primera fase. Por otro lado, la segunda fase constará de dos actividades a desarrollar como máximo en tres sesiones (1 semana).

La última fase se compondrá de tres o cuatro actividades a desarrollar durante la primera semana del primer curso de Bachillerato de la asignatura de Física. Cabe recordar que la asignatura de Física dispone en Bachillerato de cuatro horas semanales, a diferencia de las tres previstas en el 4º curso de la

ESO. Es importante notar que el diseño de las actividades de la última fase va a depender de los resultados de la evaluación de las dos primeras fases del proyecto. En este sentido, este proyecto goza de una flexibilidad que le permite reforzar, ya en el primer curso de Bachillerato, aquellos aspectos que se haya visto que representan un desafío cognitivo más acusado para cada grupo de alumnos. El proyecto, por lo tanto, precisará de un mínimo de cuatro semanas (tres para el 4º de la ESO y una para Bachillerato).

El diseño del conjunto de actividades va a tener una doble dimensión: una dimensión vertical y una dimensión horizontal. La dimensión vertical hace referencia a la paulatina evolución de las actividades en el tiempo. Como se ha comentado, las actividades se agrupan en tres fases en las que la dificultad va progresivamente aumentando. Las actividades se han diseñado para introducir primer los aspectos más elementales de los vectores hasta alcanzar un grado de desarrollo vectorial superior.

Por otro parte, las actividades gozan de una dimensión horizontal en tanto que en cada actividad se empiezan introduciendo conceptos matemáticos abstractos para pasar rápidamente a trabajar esos contenidos en el contexto de la asignatura de Física. Es en este sentido que la conexión entre asignaturas se establece horizontalmente en cada actividad propuesta.

Los principios metodológicos que se seguirán para realizar las actividades son diversos. Por una parte, en muchas ocasiones, el docente realizará una exposición dialogada para la introducción de los contenidos teóricos. A continuación, el estudiante tendrá que realizar unas actividades pautadas para que construya de forma autónoma el conocimiento a adquirir. Sin embargo, siempre habrá un mínimo de dos docentes para apoyar y guiar el proceso de aprendizaje. Se usarán, sobre todo, recursos TIC (como es el caso de la herramienta GeoGebra) para la visualización más clara de contenidos que tienen una idiosincrasia más teórica o abstracta.

En algunas actividades, también se practicará el aprendizaje colaborativo entre estudiantes, para que puedan debatir y ahondar en actividades un poco más complejas que puedan requerir la participación activa de varios alumnos y sus aportaciones personales. También el debate colectivo se va a promover en ciertos momentos.

## 4.2 CONTENIDOS

Los contenidos que se trabajarán a lo largo de las distintas actividades se presentan en forma de tabla (tabla 2) en el Anexo I.

Es importante notar que los contenidos que se trabajarán en el proyecto no constituyen un listado exhaustivo de todos los conocimientos vectoriales que puede adquirir un alumno de 4º de la ESO o 1º de Bachillerato. Este proyecto está enfocado a introducir solamente aquellos conceptos vectoriales que tienen una aplicación inmediata en la asignatura de Física. Es por lo tanto que, conceptos tales como combinación lineal de vectores, base vectorial, etc., no se van a desarrollar en este proyecto, puesto que no constituye un saber (a priori) necesario para el correcto desarrollo de la asignatura de Física. El alumno ya será expuesto a esos conceptos en la correspondiente asignatura de matemáticas de 1º curso de Bachillerato.

Este proyecto tampoco debe entenderse como una primera exposición a los contenidos propios de la asignatura de Física. El estudiante ya debe haber sido formado en los conceptos de velocidad, aceleración, resolución de problemas de cinemática, dinámica, etc., en el periodo de tiempo marcado en la programación de la asignatura de Física y Química de 4º curso de la ESO.

Los contenidos tratados en el proyecto priman el desarrollo de la conexión interdisciplinar entre nuevos (o prácticamente nuevos) conocimientos matemáticos que giran alrededor de los objetos matemáticos conocidos como vectores y su particular y extendido uso en la asignatura de Física.

## 4.3 ACTIVIDADES

A continuación, se describen las actividades propuestas para llevar a cabo el proyecto.

### Actividad nº 1 (Fase 1)

En esta primera actividad, se van a destinar los primeros 15 minutos de la sesión, a una introducción teórica sobre qué es un vector y cuáles son sus tres características que lo definen: módulo (magnitud), dirección y sentido. Se explicará también cómo, a partir de dos puntos P y Q, se puede obtener los vectores  $\overrightarrow{PQ} = Q - P$  y  $\overrightarrow{QP} = P - Q$ , cumpliéndose que  $\overrightarrow{PQ} = -\overrightarrow{QP}$ .

En esta actividad se va a profundizar en los conceptos de dirección y sentido de un vector. Para ello, se contará con la ayuda de la aplicación gratuita online GeoGebra<sup>2</sup>, una plataforma virtual con la que se podrá experimentar el manejo y uso de los vectores de forma gráfica y visual. Durante los siguientes 30 minutos en esta primera actividad, se le pedirá al estudiante que elabore un pequeño informe donde presente los resultados obtenidos realizando los siguientes pasos:

- Partiendo del punto de origen de coordenadas (0,0) representa los vectores  $\vec{A} = (4,3)$ ,  $\vec{B} = (-3,4)$ ,  $\vec{C} = (3,-4)$  y  $\vec{D} = (-4,-3)$ . ¿Cómo son los vectores  $\vec{A}$  y  $\vec{D}$ ? ¿Y los vectores  $\vec{B}$  y  $\vec{C}$ ? ¿Observas alguna relación entre sus coordenadas?
- Partiendo del punto P con coordenadas (2,0) representa el vector  $\vec{E} = (1,2)$ . Definiendo Q como el punto con coordenadas (3,0), representa un nuevo vector que tenga las mismas coordenadas y que tenga su origen en Q. ¿Cómo es este nuevo vector respecto al vector  $\vec{E}$ ? ¿Qué conclusiones sacas? ¿Qué miden las coordenadas de un vector?
- Representa dos vectores cualesquiera que sean paralelos. ¿Qué relación observas entre sus coordenadas?

Una vez presentado el informe con sus conclusiones, los alumnos se organizarán en grupos de 3 a 5 integrantes y se debatirá durante 10 minutos sobre las siguientes cuestiones: ¿Desde un punto de vista matemático, tiene sentido hablar de la existencia de calles unidireccionales? Sin realizar su representación gráfica, ¿podrías decir cuál de los siguientes vectores  $\vec{A} = (10,-6)$ ,  $\vec{B} = (-20,12)$ ,  $\vec{C} = (5,3)$  no es paralelo a los otros dos?

Al realizar esta actividad, el estudiante podrá experimentar las nociones de vectores paralelos y perpendiculares, es decir, estará trabajando el concepto de dirección (y/o sentido) de los vectores. Podrá extraer sus propias conclusiones a partir de la práctica directa con ellos, con lo que el alumno podrá ir construyendo sus propias estructuras cognitivas paulatinamente.

---

<sup>2</sup> Se puede acceder al recurso interactivo GeoGebra (en su versión clásica) a través del enlace [www.geogebra.org/classic](http://www.geogebra.org/classic).

## Actividad nº 2 (Fase 1)

En esta segunda actividad, se estimula al estudiante a crear las conexiones entre los conceptos abstractos, tratados en la primera actividad con las magnitudes vectoriales que se hallan en la asignatura de Física. En la primera mitad de la sesión (30 minutos), los estudiantes se organizarán en grupos de 3 personas para cooperativamente realizar las siguientes cuestiones:

- Representa los *vectores velocidad y aceleración* en los siguientes casos:
  - Móvil desplazándose hacia la derecha (sentido positivo) en un movimiento rectilíneo uniforme (MRU).
  - Móvil desplazándose hacia la derecha cada vez más rápido en un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA).
  - Móvil desplazándose hacia la derecha frenando en un MRUA.
  - Móvil desplazándose hacia la izquierda (sentido negativo) en todos los anteriores casos.
  - Cuerpo en movimiento vertical ascendente sometido a la aceleración de la gravedad.
  - Cuerpo en el punto de altura máxima sometido a la aceleración de la gravedad.
  - Cuerpo en movimiento vertical descendente sometido a la aceleración de la gravedad.

Una vez los estudiantes representen gráficamente las distintas situaciones, se les planteará una serie de cuestiones a resolver tales como:

- ¿Es posible que un cuerpo tenga...
  - velocidad  $\vec{v}$  positiva y aceleración  $\vec{a}$  negativa?
  - velocidad  $\vec{v}$  positiva y desplazamiento  $\overline{\Delta x}$  negativo?
  - velocidad  $\vec{v}$  cero y esté acelerando?
- En todos los casos anteriormente expuestos el movimiento era unidimensional. ¿Cómo era la dirección de todos los vectores representados? Si consideramos los vectores dentro del plano euclidiano, ¿cuáles serían las componentes de los vectores representados?

Finalmente, la segunda parte de la sesión se destinará a introducir uno de los conceptos que más dificultades conceptuales presenta para los estudiantes en este nivel: la aceleración normal. Aunque este es un concepto que se enmarca dentro del movimiento circular, que no se estudia en profundidad hasta bachillerato, es importante que los estudiantes de 4º curso de la ESO empiecen a desarrollar este tipo de razonamientos. Para ello, se les pedirá que realicen las siguientes cuestiones:

- Con ayuda de la aplicación GeoGebra representa una circunferencia con centro en el punto P, de coordenadas (10,10) y radio  $R=6$ . Sabiendo que un cuerpo se mueve a lo largo de la circunferencia (en sentido antihorario) con velocidad constante de 4 m/s, dibuja los vectores velocidad en los puntos más bajo y más alto de la trayectoria.
- ¿Cómo son los dos vectores representados? ¿Se podría decir que son el mismo vector? En caso contrario, ¿qué es lo que ha variado?
- Representa el vector aceleración normal en los dos puntos descritos anteriormente.

De esta forma, a través del trabajo cooperativo de los miembros de cada grupo, van planteando sus opiniones y pensamientos para acabar llegando al objetivo común: entender que en un movimiento circular uniforme (con velocidad constante), aunque la magnitud del vector no se vea altera, sí lo está su dirección, por lo que el *vector velocidad cambia*. El cambio de dirección del vector velocidad de cuerpo genera que éste presente aceleración, en este caso, *aceleración normal*.

### **Actividad nº 3 (Fase 1)**

Los primeros minutos (unos 15 minutos) en esta actividad se dedicarán a introducir en profundidad el concepto de magnitud o módulo de un vector y el uso del Teorema de Pitágoras para su cálculo. Se expondrán los contenidos siguiendo una metodología de exposición dialogada, siempre haciendo participar al alumnado de manera activa planteando preguntas que supongan un desafío cognitivo como: ¿puede un vector tener módulo cero, si una de sus componentes no es cero?



Sin embargo, el objetivo principal de esta actividad se va a centrar en uno de los aspectos fundamentales de la cinemática: saber distinguir en qué casos se produce aceleración normal y/o tangencial. Para ello, el alumnado se organizará también en pequeños grupos (a poder ser diferentes en cada actividad) para debatir durante unos 30 minutos y elaborar un pequeño informe sobre cuestiones tales como:

- Un coche se mueve por una carretera siguiendo una curva mientras la aguja de su velocímetro marca constantemente 60km/h. ¿Tiene aceleración el coche? Razonad la respuesta.
- ¿Cómo son la aceleración normal y tangencial:
  - ¿En el movimiento rectilíneo uniforme?
  - ¿En el movimiento rectilíneo uniformemente acelerado?
  - ¿En el movimiento circular uniforme?
  - ¿En el movimiento circular uniformemente acelerado?

Es importante que el alumnado termine interiorizando que sólo el cambio de dirección (y/o sentido) del vector velocidad genera aceleración normal, y sólo el cambio de magnitud del vector velocidad produce aceleración tangencial. Sin duda, el origen y la explicación de estos dos tipos de aceleración que sufre un cuerpo lo hallamos en el carácter vectorial de la velocidad. Es por eso que, sin un correcto entendimiento de lo que una magnitud vectorial representa y de qué componentes está formada, los estudiantes no podrán distinguir ni la diferencia entre estas dos aceleraciones ni los supuestos casos en las que podemos encontrar una o la otra.

Por último, la actividad finalizará pidiendo que cada estudiante individualmente realice un informe, detallando la respuesta a las siguientes cuestiones:

- Con ayuda de la aplicación GeoGebra representa una circunferencia con centro en el punto P, de coordenadas (10,10) y radio  $R=6$ . Sabiendo que un cuerpo se mueve a lo largo de la circunferencia (en sentido antihorario) con una *rapidez* (módulo del vector velocidad) de 4 m/s en el punto más bajo, pero

con una rapidez de 8 m/s en el punto más alto de la circunferencia, dibuja los vectores velocidad en los puntos más bajo y más alto de la trayectoria.

- ¿Cómo son los dos vectores representados? ¿Se podría decir que son el mismo vector? En caso contrario, ¿qué es lo que ha variado?
- Representa el vector aceleración tangencial y normal en los dos puntos descritos anteriormente. Para ello, recuerda que la aceleración normal se puede calcular mediante la expresión  $a_n = \frac{v^2}{R}$ .

#### Actividad nº 4 (Fase 1)

Para realizar esta actividad, otra vez vamos a utilizar las herramientas que nos ofrece GeoGebra. La primera parte de la sesión se les pedirá a los alumnos realizar los siguientes procedimientos:

- Con ayuda del GeoGebra dibuja un cuadrado de arista 2 centrado en el punto de origen O de coordenadas (0,0). Podemos interpretar que este cuadrado es un cuerpo móvil apoyado en una superficie que presenta un cierto grado de rozamiento. Suponemos que le aplicamos una fuerza F de magnitud 10N y que forma un ángulo  $\alpha$  de  $53,13^\circ$  con la horizontal. Tomando como origen el punto de origen O representa el vector fuerza.

En este tipo de problemas, el alumno tendrá que encontrar las componentes del vector fuerza a partir de la magnitud y el ángulo del mismo. Deberá tener en cuenta que las componentes de un vector se relacionan con su magnitud y módulo a través de las expresiones  $F_x = F \cos \alpha$  y  $F_y = F \sin \alpha$ .

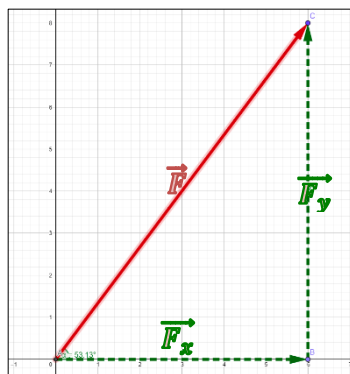


Figura 3. Descomposición del vector fuerza en sus componentes.

Fuente: Elaboración propia.

A continuación, se le planteará la existencia de otras fuerzas: la fuerza normal  $N$  de magnitud  $4\text{N}$  y la fuerza de rozamiento de magnitud  $3\text{N}$ .

- Con ayuda del GeoGebra dibuja todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo. Con los datos de los que dispones, ¿podrías decir qué masa tiene el objeto? Recuerda que la aceleración de la gravedad es  $g = 9.8 \frac{m}{s^2}$ .
- Plantea y escribe la segunda ley de Newton  $\sum \vec{F} = m\vec{a}$  para este caso en forma vectorial. A continuación, escribe por separado la segunda ley de Newton para las componentes del eje  $X$  y las componentes del eje  $Y$ . ¿Qué aceleración presentaría este cuerpo?

Para completar la sesión se les expondría el concepto de vector unitario (vector que tiene magnitud uno) y la forma de normalizar un vector, es decir, transformar un vector no unitario  $\vec{u}$  en un vector unitario  $\hat{u}$  a partir de la relación  $\hat{u} = \frac{\vec{u}}{|\vec{u}|}$  (dividiendo el vector no unitario entre su módulo).

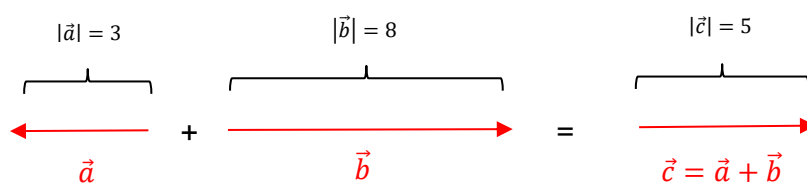
- Con ayuda del GeoGebra representa la fuerza  $F$  de los apartados anteriores y dibuja los vectores  $\hat{i} = (1,0)$  y  $\hat{j} = (0,1)$ . ¿Qué módulo tienen los vectores  $\hat{i}$  y  $\hat{j}$ ? Partiendo del punto de origen  $O$ , podemos llegar al punto  $P$  de coordenadas  $(6,8)$  siguiendo el camino que nos marca el vector  $\vec{F}$ . Usando los vectores  $\hat{i}$  y  $\hat{j}$ , ¿qué otro camino alternativo tendríamos?

En este caso se pretende que el alumnado llegue a la conclusión de que un vector puede representarse indicando sus componentes como  $\vec{F} = (6,8)$  o de una manera alternativa, muy utilizada en física, llamada descomposición rectangular. En este tipo de representación, el vector fuerza quedaría escrito como  $\vec{F} = 6\hat{i} + 8\hat{j}$ .

### Actividad nº 5 (Fase 2)

En esta actividad se pretende tratar uno de los temas más importantes en lo que a magnitudes vectoriales se refiere. La clave para entender algunas de las dificultades que pueden tener los estudiantes, cuando se enfrentan a este

tipo de operaciones vectoriales, es la radical diferencia que existe entre las operaciones entre vectores y las análogas entre escalares (números). Por ejemplo, si sumamos los números 3 más 3 es obvio que el resultado será un número mayor que 3 (en este caso el número 6). Sin embargo, es perfectamente posible (y muy frecuente) encontrarnos que la suma de un vector de magnitud 3 sumado a un vector de magnitud 3 dé como resultado un vector de magnitud menor que 3 (¡o incluso cero!). Esto se puede ver claramente de forma gráfica si sumamos, a modo de ejemplo, un vector  $\vec{a}$  (de módulo 3) más un vector  $\vec{b}$  (de módulo 8) que, aunque tienen la misma dirección, presentan sentidos *opuestos*: el vector suma  $\vec{a} + \vec{b}$  será, por lo tanto, un vector con magnitud menor que el vector  $\vec{b}$  (en este caso, el vector resultante tendrá módulo 5).



*Figura 4. Suma vectorial de vectores con la misma dirección, pero sentido contrario. Fuente: Elaboración propia.*

Este tipo de conceptos preliminares se podrían explicar al principio de la actividad, durante los primeros 10-15 minutos, en los que el docente exponga de manera dialogada los fundamentos básicos de la suma y resta de vectores. A continuación, se les pedirá a los estudiantes que, individualmente, elaboren un informe realizando los siguientes pasos:

- Considera el vector  $\vec{u} = \overrightarrow{(6,4)}$  y el vector  $\vec{v} = \overrightarrow{(2,8)}$ . ¿Qué componentes tiene el vector suma  $\vec{u} + \vec{v}$ ? Recuerda que para obtener el vector suma hay que sumar componente a componente.
- Con ayuda del GeoGebra representa, partiendo del punto de origen O con coordenadas (0,0), el vector  $\vec{u} = \overrightarrow{(6,4)}$  y el vector  $\vec{v} = \overrightarrow{(2,8)}$ . Partiendo del punto final R (la punta del vector) del vector  $\vec{u}$  representa otra vez el vector  $\vec{v}$ . Análogamente, partiendo del punto final Q del vector  $\vec{v}$  representa otra vez el vector  $\vec{u}$ . Comprueba que, si lo has hecho bien, los dos vectores terminan en

el mismo punto P. ¿Qué coordenadas tiene este punto? ¿Qué figura geométrica forman los cuatro vectores juntos?

- Siguiendo con el apartado anterior, ahora traza un vector desde el punto de origen O hasta el punto P. ¿Qué coordenadas tiene este vector? ¿Qué relación tiene con el vector que encontraste en el primer apartado? A esta regla se la conoce en Física como *regla del paralelogramo*.
- Ahora que ya sabes representar gráficamente el vector resultante de una suma de vectores podemos hacer lo mismo para el vector resultante de una resta vectorial. Para eso, simplemente vuelve a dibujar con ayuda del GeoGebra los mismos vectores  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  partiendo del punto de origen O. Sitúate en el punto final Q del vector  $\vec{v}$ . ¿Qué vector nos indicaría el movimiento de Q a O? Si nos quisiéramos mover de Q a R tendríamos dos opciones: ir directamente (siguiendo un vector que llamaremos  $\vec{w}$ ) o ir de Q a O y de O a R (¿qué vectores tendríamos que usar?). Los dos caminos nos llevan desde el mismo punto inicial al mismo punto final, por lo tanto, serán el mismo vector. Escribe cómo se relacionan  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  y  $\vec{w}$ .

Para terminar la actividad, se les pedirá que formen grupos de 4 personas. Cada grupo dispondrá de unos 15 minutos para debatir sobre unas cuestiones relacionadas con conceptos vectoriales. Luego se iniciará un debate guiado por el docente, con el que cada grupo expondrá sus ideas acerca de lo que considera que es la respuesta correcta. Así, se genera un intercambio de ideas activo entre los alumnos, y se podrán poner sobre la mesa y corregir algunos conceptos erróneos, que frecuentemente presentan los alumnos antes estos temas. Algunas de las preguntas que tendrán que se podrían debatir serían:

- Si el ángulo que forman dos vectores (sea  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$ ) es  $\alpha$ , se puede demostrar que el módulo del vector  $\vec{u} + \vec{v}$  viene dado por  $\sqrt{u^2 + v^2 + 2uv \cos \alpha}$ . Si dos vectores tienen el mismo módulo (sea  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$ ), ¿en qué condiciones el vector  $\vec{u} + \vec{v}$  tendrá el mismo módulo que  $\vec{u}$  o  $\vec{v}$ ? Representa un ejemplo.
- Análogamente, ¿qué condiciones deben cumplirse para que el vector  $\vec{u} - \vec{v}$  tenga el mismo módulo que  $\vec{u}$  o  $\vec{v}$ ? Representa un ejemplo.

### Actividad nº 6 (Fase 2)

Por último, en esta actividad se trabajará el concepto de *fuerza resultante* sobre un cuerpo, enlazando con el concepto de suma vectorial presentado en la anterior actividad. Se podrá realizar en el aula laboratorio de Física. Para ello, se atarán dos cuerdas iguales (en longitud) en los laterales de una caja (puede ser, por ejemplo, de cartón) llena de ciertos objetos que hagan que el deslizamiento de la caja precise de una determinada cantidad de fuerza. También se atará una cuerda un poco más corta en lado frontal de la caja.

Se le pedirá a un voluntario que tire de la cuerda enganchada a la cara frontal de la caja. El resultado obvio es ver moverse la caja en línea recta. A continuación, se pedirá a dos voluntarios que, situados por delante a una distancia simétrica de la caja, traten de moverla tirando por las dos cuerdas enganchadas en los laterales. Aunque las cuerdas de las que tiran están inclinadas, vemos moverse la caja en línea recta, como cuando había una sola fuerza.

Tras esta experiencia pedimos que hagan un esquema representando los vectores fuerza involucrados y qué operación vectorial relaciona el movimiento de la caja cuando es tirado por dos cuerdas y cuando solo estirada por una.

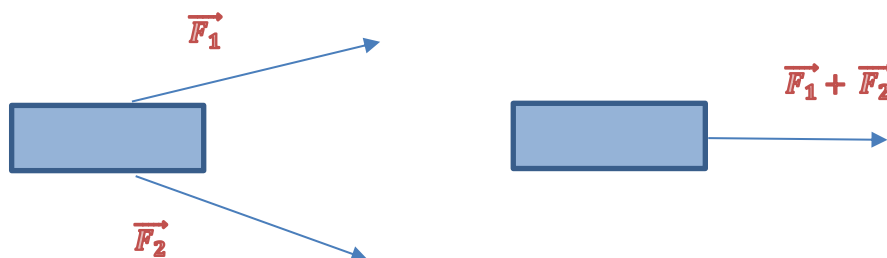


Figura 5. Fuerza resultante a partir de la suma vectorial de dos fuerzas.

Fuente: *Elaboración propia.*

El concepto que deben aprender es que la fuerza resultante es el resultado de haber sumado dos o más fuerzas. Debe quedar claro que:

- La fuerza resultante es la fuerza “equivalente” que hacen las otras dos fuerzas.
- La fuerza resultante NO es una fuerza que actúa a la vez que las otras dos fuerzas, sino que es la fuerza “efectiva” con la que podemos representar el movimiento.

- No todas las componentes de las fuerzas terminan actuando sobre el objeto (las componentes verticales se anulan entre la fuerza  $F_1$  y  $F_2$ ).
- Para encontrar la fuerza resultante hay que realizar una suma vectorial puesto que la *fuerza* es una magnitud física vectorial.

Para terminar la sesión, el docente dispondrá de un soporte horizontal con un muelle. Al estirar el muelle se podrá apreciar cómo este tiene a recuperar su posición de equilibrio inicial. Se les enseñará a los alumnos que a mayor alargamiento  $\overrightarrow{\Delta x}$  respecto de su posición de equilibrio, mayor será la fuerza  $\vec{F}$  (y por tanto la aceleración) que sufrirá el muelle. Esta fuerza recuperadora se la conoce como ley de Hooke  $\vec{F} = -k\overrightarrow{\Delta x}$ . Se pedirá a los alumnos que debatan en pequeños grupos de 3 estudiantes las siguientes cuestiones:

- Representad, una vez el muelle está estirado respecto de su posición de equilibrio, los vectores alargamiento  $\overrightarrow{\Delta x}$  y fuerza recuperadora  $\vec{F}$ . ¿Cómo son estos vectores entre sí? ¿Cuál de los dos vectores tiene mayor magnitud? ¿Qué le pasa a un vector si lo multiplicamos por un escalar?
- Representad los dos vectores involucrados en la ley de Hooke en el caso que el muelle esté comprimido respecto de la posición de equilibrio. ¿Qué diferencias hay respecto del primer apartado?

De este modo, los estudiantes deben plantearse el concepto multiplicación de un escalar por un vector, a través de la experimentación directa, con un fenómeno tan intuitivo como es la fuerza recuperadora que sufre un muelle, al ser perturbado de su posición de equilibrio.

#### 4.4 RECURSOS

Los recursos espaciales que se necesitarán para la correcta realización del proyecto serán:

- Aula Clase.
- Salón de Actos: sala principal donde se reunirán para realizar presentaciones, charlas, etc.
- Aula Laboratorio.

Los recursos materiales, por su parte, vendrán dados por:

- Libro de texto, calculadora científica, cuaderno para la realización de ejercicios.
- Material de laboratorio (cajas, cuerdas, muelles, etc).
- Medios audiovisuales e informáticos.
  - Ordenadores/tablets (uno para cada estudiante).
  - Cañón Proyector para la visualización de las presentaciones.
  - Conexión a internet. Recursos TIC (programa GeoGebra).
  - Programas de edición de video, texto, sonido.

Por último, los recursos personales más importantes para lograr los objetivos que se proponen en este proyecto será el conjunto de profesorado de la ESO y Bachillerato correspondiente al departamento de Ciencias y Matemáticas. Por cada sesión lo ideal sería contar con un profesor titular encargado de impartir los contenidos y otro docente de apoyo durante la realización de las actividades.

#### **4.5 TEMPORALIZACIÓN**

Como se ha comentado anteriormente, el proyecto tendrá una duración total de 4 semanas para la realización de actividades, si bien puede extenderse uno o dos días más para la realización de alguna evaluación a través de las herramientas tipo test que se detallarán en la sección de Evaluación. En la tabla 3 del Anexo II se detalla el cronograma de sesiones y actividades.



## 5. EVALUACIÓN

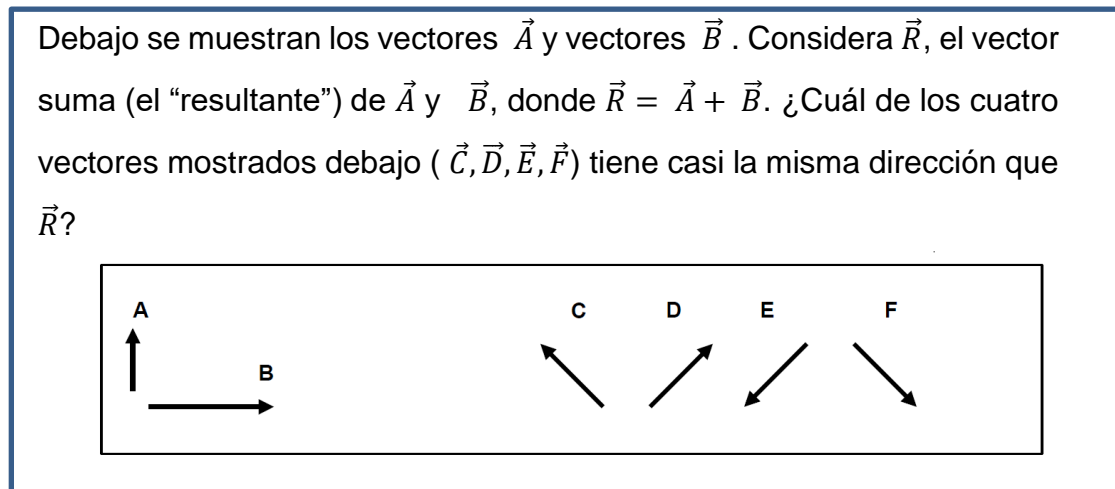
La eficacia del proyecto podrá ser evaluada en numerosas ocasiones. Cabe notar que, al finalizar cada actividad, los estudiantes habrán elaborado un pequeño informe donde habrán podido dar respuesta a las cuestiones planteadas. Estos informes pueden dar información clave a los docentes sobre el grado de entendimiento que han llegado a alcanzar los estudiantes. La evaluación en este sentido es continua y permite hacer las mejoras oportunas casi a *tiempo real* mientras se va desarrollando el proyecto.

Aparte de los informes que se irán desarrollando en las distintas fases, el proyecto prevé la incorporación de exámenes tipo test que evalúen los conocimientos adquiridos. Se realizarían dos exámenes: uno al final de la segunda fase (antes de ir a las vacaciones de verano) y otro al finalizar la tercera fase (antes de empezar el programa curricular propio de la asignatura de Física del primer curso de Bachillerato).

Investigadores como Nguyen y Meltzer (2003) o Barniol y Zavala (2014) han desarrollado test de opción múltiple en los que el estudiante debe responder correctamente, desde los conceptos vectoriales más simples hasta aquellas cuestiones que implican un grado de comprensión superior. Sin duda, estas evaluaciones han sido fruto de una larga investigación para desarrollar la herramienta evaluativa más eficaz y fiable del grado de asimilación de los estudiantes de los conceptos matemáticos relacionados con los vectores.

Estas herramientas van a formar parte indispensable del proceso de evaluación del proyecto y del grado de consecución de sus objetivos. Una de estas herramientas es el conocido como el test TUV (“Test of Understanding Vectors”) (Nguyen y Meltzer, 2003). Se estima que para el primer test que se realizaría al finalizar la segunda fase es más conveniente elaborarlo a partir de las preguntas desarrolladas por Nguyen y Meltzer (2003), mientras que para el test realizado al finalizar la tercera fase se estima más oportuno usar las preguntas (aunque no en su totalidad) que figuran en el TUV, por ser estas más elaboradas y de un grado de dificultad mayor (ver Anexo III).

En la siguiente figura (figura 6) se muestra un ejemplo de pregunta del test diseñado por Nguyen y Meltzer (2003).



*Figura 6. Pregunta acerca de la construcción gráfica del vector suma del Test Conceptual sobre Vectores. Fuente: Nguyen y Meltzer (2003).*

## 6. REFLEXIÓN Y VALORACIÓN FINAL

Este proyecto cumple una función didáctica, en el sentido que muestra a los estudiantes nuevos objetos matemáticos, que antes no habían tratado con profundidad: los vectores. Se les ayuda a construir el concepto de vector y a desarrollar el hábil manejo y uso de estos elementos. Sin embargo, también cumple una función preparatoria: el aprendizaje de los vectores no solo se enmarcará en el contexto puramente matemático, sino que rápidamente su uso se contextualizará en ejemplos prácticos dentro de la mecánica Newtoniana, ayudando así a una mayor comprensión de la utilidad y funcionamiento de éstos. En este sentido, el aprendizaje realizado permitirá un desarrollo mucho más eficaz, eficiente y profundo de los conceptos tratados en la asignatura de Física tanto del primer como del segundo curso de Bachillerato. Por lo tanto, también se puede decir que cumple una función de encaje o de conexión entre los ámbitos de conocimiento de dos asignaturas curricularmente distintas, generando así un flujo de conexiones cognitivas entre ambas, en contra de la tradicional sectorización y parcelación del conocimiento académico. De esta forma, se facilita el ingreso del alumnado en las mejores condiciones posibles y se proporciona continuidad y coherencia al sistema educativo. Se podría considerar, pues, que aparte de ser un proyecto inter-etapa es también un proyecto interdisciplinar.

Este proyecto cuenta con la suficiente flexibilidad como para dar respuesta también a otro gran reto del actual mundo de la enseñanza: la coordinación y cooperación entre centros escolares. El proyecto puede ser empezado en el 4º curso de la etapa de la ESO en un determinado centro escolar y ser terminado en el 1º curso de Bachillerato de otra institución educativa. Eso sí, para la exitosa consecución de los objetivos, es necesario la excelente colaboración entre las dos instituciones involucradas, pues, sin el correcto traspaso de información sobre el desarrollo y progreso del estudiante a lo largo de las primeras fases del proyecto en el 4º curso de la ESO, el proyecto no puede completarse con las suficientes garantías, una vez llegados al 1º curso de Bachillerato. De hecho, el proyecto podrá entenderse como el progreso del alumno a lo largo de tres etapas o fases en las que se le irá exponiendo poco a

poco a contenidos cada más complejos, para que pueda ir desarrollando una correcta construcción del conocimiento.

El proyecto resulta, por lo tanto, innovador, en tanto que da respuesta a una problemática, no solo vivida a través de la experiencia propia con el contacto directo con los alumnos durante la práctica escolar, sino denunciada por importantes investigadores durante mucho tiempo. El papel del docente en todo este proyecto se concreta en el de guiar al alumnado a través de las diferentes actividades que se plantearán donde se podrán trabajar conceptos para la consecución paulatina y progresiva de los objetivos marcados.

Por último, a nivel personal, la elaboración de este trabajo ha supuesto la búsqueda de una posible solución, a uno de los problemas más extendidos entre el alumnado que experimenta las dificultades propias del primer curso de Bachillerato. En este sentido, creo humildemente haber identificado un problema que subyace a la práctica docente de la asignatura de Física, cuyo tratamiento puede ayudar a contribuir positivamente a uno de los grandes retos que tiene la sociedad de hoy en día: conseguir motivar y ayudar a los alumnos a que se comprometan activamente con la ciencia y hagan de ésta su base para desarrollar su carrera profesional.

## 7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Barniol, P., Zavala, G. (2014). Test of understanding of vectors: A reliable multiple-choice vector concept test. *Physical Review Special Topics-Physics Education Research*, 10(1), 1-14.
- Corominas, E., Isus, S. (1998). Transiciones y Orientación. *Revista de Investigación Educativa*, 16(2), 155-184.
- Esteve, A. R., Solbes J. (2017). El desinterés de los estudiantes por las Ciencias y la Tecnología en el Bachillerato y los estudios universitarios. *Enseñanza de las ciencias*, (Núm. Extra), 573-578.
- Flores, S., González, M.D., Herrera, A. (2007). Dificultades de entendimiento en el uso de vectores en cursos introductorios de mecánica. *Revista Mexicana de Física*, 53(2), 178–185.
- Furió, C., Montserrat, R., Solbes, J. (2007). El desinterés del alumnado hacia el aprendizaje de la ciencia: implicaciones en su enseñanza. *Didáctica de las ciencias experimentales y sociales*, 21, 91-117.
- Gairín, J. (2004). *La transición como oportunidad y problema educativo*. Simposio presentado en el VIII Congreso Interuniversitario de Organización de Instituciones Educativas, Sevilla.
- Gutiérrez, E., Martín J. (2015). Dificultades en el aprendizaje de vectores, en los estudiantes que cursan materias del ciclo introductorio de la F.C.E.F. y N. de la U.N.C. *Revista de Enseñanza de la Física*, 27(Núm. Extra), 89-96.
- Martínez, M. (2004). La transición de primaria a secundaria. *La experiencia de dos centros públicos de Cerdanyola del Vallès*. Simposio presentado en el VIII Congreso Interuniversitario de Organización de Instituciones Educativas, Sevilla.
- Monguilot, I. (2011). Conexiones de la ESO, el bachillerato y la Formación Profesional: fluidez o discontinuidad. *Participación educativa*, 17, 86-95.

Nguyen, N. L., Meltzer, D.E. (2003). Initial understanding of vector concepts among students in introductory physics courses. *American Journal of Physics*, 71(6), 630-638.

Real Academia Española (2018). Transición. En *Diccionario de la lengua española* (23ª edición). Recuperado de <https://dle.rae.es/?id=aKAffeR>.

Sebastián, V. (2015). Una reflexión sobre las transiciones educativas de Primaria a Secundaria ¿traspaso o acompañamiento? *Edetania: estudios y propuestas socio-educativas*, 48, 159-184.

## 8. ANEXOS

### 8.1 ANEXO I: TABLA DE CONTENIDOS TEÓRICOS

Tabla 2. Contenidos teóricos que se trabajarán a lo largo de las actividades.  
Fuente: Elaboración propia.

		Conceptos vectoriales abstractos	Conceptos vectoriales prácticos Física
4º E S O	1 fase	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Dirección y sentido de un vector.</li> <li>▪ Representación gráfica.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Representación gráfica de las magnitudes <i>velocidad</i> y <i>aceleración</i> de un cuerpo en distintas situaciones: móvil desplazándose en sentido positivo (o negativo) con aceleración nula, positiva o negativa.</li> <li>▪ Aceleración normal como resultado de la variación de la dirección/sentido del <i>vector velocidad</i>.</li> </ul>
		<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Magnitud de un vector (teorema de Pitágoras).</li> <li>▪ Componentes cartesianas de un vector.</li> <li>▪ Vector unitario.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Definición de rapidez como magnitud del <i>vector velocidad</i>.</li> <li>▪ Aceleración tangencial como resultado de la variación de la magnitud del <i>vector velocidad</i>.</li> <li>▪ Descomposición en componentes de los <i>vectores fuerza</i> para la resolución de problemas de dinámica.</li> <li>▪ Descomposición rectangular de las magnitudes vectoriales físicas <i>velocidad</i>, <i>aceleración</i> y <i>fuerza</i>.</li> </ul>

<p><b>4º E S O</b></p>	<p><b>2 fase</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Suma de vectores.</li> <li>▪ Resta de vectores.</li> <li>▪ Multiplicación de un escalar por un vector.</li> <li>▪ Representación gráfica.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <i>Fuerza resultante</i> de un conjunto de fuerzas aplicadas a un cuerpo a partir de la segunda ley de Newton.</li> <li>▪ Formulación vectorial de la ley de elasticidad de Hooke.</li> <li>▪ Regla del paralelogramo para la suma gráfica de vectores.</li> </ul>
<p><b>1º B A C H</b></p>	<p><b>3 fase</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Repaso de los contenidos tratados anteriormente.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Repaso de los contenidos tratados anteriormente.</li> </ul>



## 8.2 ANEXO II: CRONOGRAMA ACTIVIDADES

Tabla 3. Cronograma de las actividades que se trabajarán a lo largo del proyecto.  
Fuente: Elaboración propia.

SEMANAS ACTIVIDADES		1ª semana (3 sesiones)	2ª semana (3 sesiones)	3ª semana (3 sesiones)	4ª semana (4 sesiones)
4º ESO - fase 1	Actividad nº 1				
	Actividad nº 2				
	Actividad nº 3				
	Actividad nº 4				
4º ESO – fase 2	Actividad nº 5				
	Actividad nº 6				
1º BACH – fase 3	Actividades de repaso				

### 8.3 ANEXO III: EJEMPLOS TEST TUV

La figura de abajo muestra el vector  $\vec{A}$ . Escoge la opción que muestra el vector unitario en la dirección del vector  $\vec{A}$ .

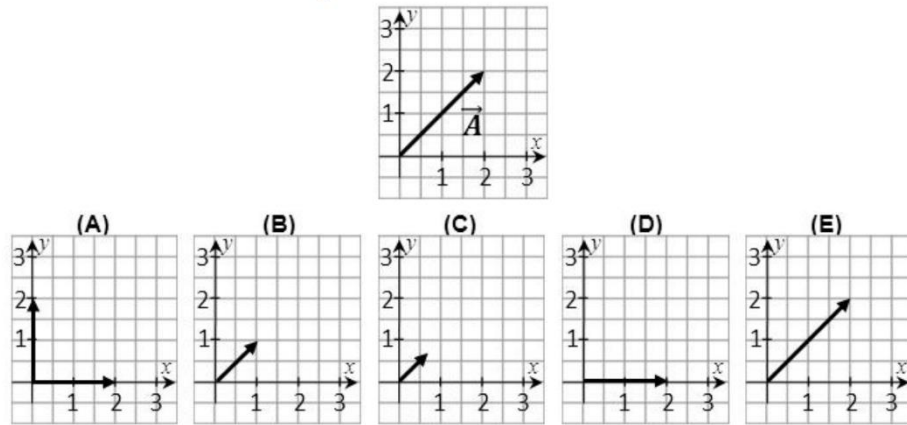


Figura 7. Pregunta acerca del concepto de vector unitario.  
Fuente: Barniol y Zavala (2014).

La figura de abajo muestra el vector  $\vec{A}$ . Escoge la opción que muestra el vector unitario en la dirección del vector  $-\vec{A}$ .

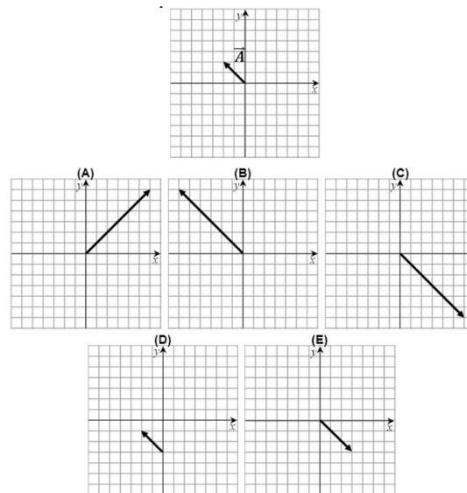
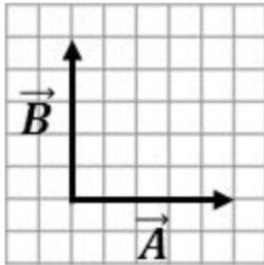


Figura 8. Pregunta acerca del concepto multiplicación de un escalar por un vector. Fuente: Barniol y Zavala (2014).

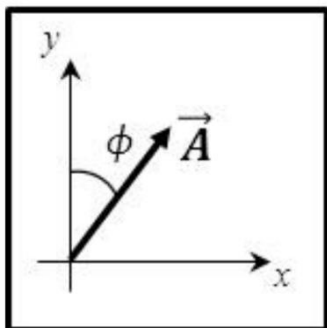
La figura de abajo muestra los vectores  $\vec{A}$  y  $\vec{B}$  cuyo módulo es el mismo. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones sobre el módulo del vector suma de estos dos vectores es cierta?



- (A) La magnitud del vector suma es igual a la magnitud del vector  $\vec{A}$ . El vector suma solo cambia la dirección.
- (B) La magnitud del vector suma es mayor que la magnitud del vector  $\vec{A}$ , y se puede demostrar a partir de la aplicación del teorema de Pitágoras.
- (C) La magnitud del vector suma es igual a la magnitud del vector  $\vec{A}$ , porque  $\vec{A}$  y  $\vec{B}$  tienen la misma magnitud.
- (D) La magnitud del vector suma es igual a la magnitud del vector  $\vec{A}$ , y se puede demostrar por la aplicación directa del teorema de Pitágoras.
- (E) La magnitud del vector suma es menor que la magnitud del vector  $\vec{A}$ , porque los dos vectores forman un ángulo de  $90^\circ$ .

Figura 9. Pregunta acerca del concepto de magnitud del vector suma.  
Fuente: Barniol y Zavala (2014).

La figura de abajo muestra el vector  $\vec{A}$  que forma un ángulo  $\phi$  con el eje vertical.  $|\vec{A}|$  es la magnitud del vector  $\vec{A}$ . ¿Qué opción muestra la magnitud de la componente x del vector  $\vec{A}$ , (es decir,  $|\vec{A}_x|$ )?



- (A)  $|\vec{A}_x| = |\vec{A}| \tan \phi$
- (B)  $|\vec{A}_x| = \frac{|\vec{A}|}{\cos \phi}$
- (C)  $|\vec{A}_x| = |\vec{A}| \sin \phi$
- (D)  $|\vec{A}_x| = |\vec{A}| \cos \phi$
- (E)  $|\vec{A}_x| = \frac{|\vec{A}|}{\sin \phi}$

Figura 10. Pregunta acerca del concepto componentes de un vector.  
Fuente: Barniol y Zavala (2014).